

Formalizzazione algebrica e rappresentazione grafica del modello di Ricardo

Giuseppe De Arcangelis

1 La formalizzazione algebrica del modello

Le funzioni di produzione del modello di Ricardo sono a coefficienti fissi, ovvero occorre sempre la stessa quantità di lavoro per produrre una unità del bene X o del bene Y , indipendentemente dalla scala di produzione. In termini formali: $X = \alpha L$ e $Y = \beta L$, dove α e β sono i coefficienti produttivi e hanno un'importante interpretazione economica.

La linearità delle tecnologie ha alcune implicazioni rilevanti. Le *produttività*, sia medie che marginali, coincidono e sono pari ai coefficienti produttivi:

$$\alpha = \frac{X}{L} = \frac{\Delta X}{\Delta L} \quad \text{e} \quad \beta = \frac{Y}{L} = \frac{\Delta Y}{\Delta L}$$

ovvero α rappresenta la quantità di X che viene prodotta in media da ogni lavoratore; ma è anche la quantità aggiuntiva di X che viene prodotta dall'ultimo lavoratore. Analogamente, si applica lo stesso ragionamento per il coefficiente β della produzione di Y . Come si può notare, le produttività sono costanti e non dipendono dalla scala produttiva, diversamente dalle funzioni di produzioni (a coefficienti variabili) introdotte nel Capitolo 6.

Anche il reciproco dei due coefficienti produttivi ha un significato economico importante. Il rapporto $\frac{1}{\alpha}$ rappresenta la quantità di lavoro che occorre per produrre una unità del bene X ; allo stesso modo, $\frac{1}{\beta}$ è la quantità di lavoro per produrre una unità di Y . In altri termini, il reciproco dei coefficienti produttivi rappresenta il *costo unitario di produzione* per ogni bene, espresso in termini di unità di lavoro.

I due paesi hanno tecnologie differenti, quindi anche funzioni di produzione diverse:

2 LA RAPPRESENTAZIONE GRAFICA

	<i>Paese 1</i>	<i>Paese 2</i>
<i>Bene X</i>	$X = \alpha_1 L$	$X = \alpha_2 L$
<i>Bene Y</i>	$Y = \beta_1 L$	$Y = \beta_2 L$

Infine, consideriamo il mercato del fattore produttivo “lavoro” in ogni paese. Innanzitutto, ricordiamo che all’interno di ogni paese i lavoratori si possono spostare liberamente tra i due settori. Questa ipotesi assicura che il salario monetario pagato nei due settori non sia differente; se ciò accadesse, i lavoratori si sposterebbero nel settore che paga il salario più elevato. Quindi, in ogni paese abbiamo un unico salario monetario nei due settori: w_1 nel paese 1 e w_2 nel paese 2.

Inoltre, la presenza di concorrenza perfetta sul mercato del fattore lavoro (oltre che sul mercato dei beni) assicura che il salario monetario equivalga al valore del prodotto marginale in ogni settore; per esempio, nel paese 1:

$$p_X \alpha_1 = w_1 \quad \text{e} \quad p_Y \beta_1 = w_1$$

da cui consegue che

$$p_X \alpha_1 = p_Y \beta_1$$

e quindi

$$\frac{\beta_1}{\alpha_1} = \frac{p_X}{p_Y} = \tilde{p}_1$$

Nell’equilibrio di economia chiusa il rapporto dei prezzi di equilibrio (\tilde{p}) risulta uguale al rapporto tra i costi marginali e al rapporto tra i coefficienti di produzione.

Analoghe relazioni valgono per il paese 2, sia per i salari:

$$p_X \alpha_2 = w_2 \quad \text{e} \quad p_Y \beta_2 = w_2$$

che per il rapporto tra i prezzi di equilibrio:

$$\frac{\beta_2}{\alpha_2} = \tilde{p}_2$$

2 La rappresentazione grafica

Procediamo mostrando graficamente come si possa ricavare la curva di trasformazione delle due economie e, successivamente, come si può rappresentare l’equilibrio internazionale.

2 LA RAPPRESENTAZIONE GRAFICA

2.1 Le curve di trasformazione

Quanto stiamo ricavando vale sia per il paese 1 che per il paese 2; quindi, per alleggerire la notazione omettiamo l'indice paese, che reintrodurremo successivamente.

Definiamo con \bar{L} la quantità di lavoro a disposizione di una delle due economie considerate e siano α e β le produttività del lavoro rispettivamente nei settori X e Y . Se la quantità di lavoro impiegata nel settore X è L_X , allora la quantità prodotta di X sarà data da:

$$X = \alpha L_X$$

Necessariamente, se non esistono lavoratori disoccupati, la quantità di lavoro impiegata nel settore Y sarà $\bar{L} - L_X$ e la quantità prodotta di Y sarà:

$$Y = \beta(\bar{L} - L_X)$$

ovvero:

$$Y = \beta\bar{L} - \beta L_X$$

Ma dalla produzione di X abbiamo che $L_X = \frac{X}{\alpha}$; quindi, sostituendo otteniamo:

$$Y = \beta\bar{L} - \frac{\beta}{\alpha}X$$

che rappresenta la curva di trasformazione per l'economia, rappresentata nella [Figura 1](#).

Essendo le funzioni di produzione di X e di Y lineari (e di tipo ReSCo), anche la curva di trasformazione risulta lineare. La pendenza è in valore assoluto $\frac{\beta}{\alpha}$ ed è pari al rapporto tra le produttività, ovvero al rapporto tra i costi unitari dei due settori. In equilibrio di autarchia tale pendenza risulta pari anche alla ragione di scambio di autarchia (\tilde{p}). Inserendo le curve di indifferenza si otterrebbe anche il punto di produzione e di consumo in autarchia.

Le intercette sugli assi rappresentano le massime quantità producibili dei due settori: se tutto \bar{L} fosse impiegato in Y , si otterrebbe $\beta\bar{L}$; se tutto il lavoro fosse impiegato nel settore X si avrebbe $\alpha\bar{L}$.

2.2 L'equilibrio internazionale

Nella [Figura 2](#) riportiamo inizialmente le curve di trasformazione per ambedue i paesi: $\overline{P_1R_1}$ si riferisce al paese 1, mentre $\overline{P_2R_2}$ è relativa al paese 2. Le loro pendenze sono rispettivamente $\tilde{p}_1 = \frac{\beta_1}{\alpha_1}$ e $\tilde{p}_2 = \frac{\beta_2}{\alpha_2}$.

Assumiamo che la ragione di scambio internazionale, p^* , sia compresa tra le due ragioni di scambio autarchiche:

2 LA RAPPRESENTAZIONE GRAFICA

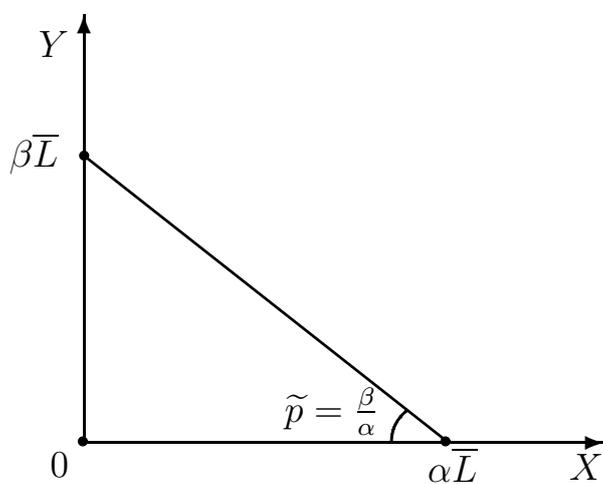


Figura 1: Curva di trasformazione nel modello di Ricardo

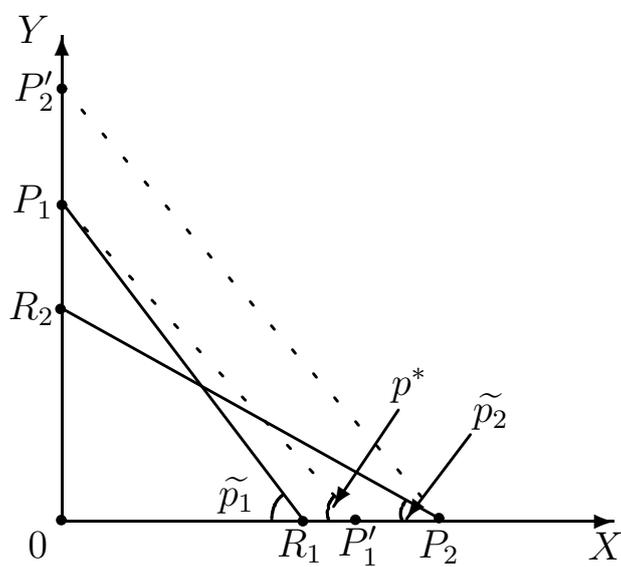


Figura 2: Equilibrio della produzione nel modello di Ricardo

2 LA RAPPRESENTAZIONE GRAFICA

$$\tilde{p}_1 > p^* > \tilde{p}_2$$

Ciò implica che gli scambi internazionali avvengono lungo una retta che ha pendenza intermedia tra le due frontiere produttive dei due paesi.

Il punto di produzione corrisponde al punto dove l'impiego dei fattori produttivi è totale e si raggiunge il più elevato livello di reddito raggiungibile alla ragione di scambio internazionale p^* . Si ricorda che il reddito si può misurare sia in termini di Y che di X e risulta pari all'intercetta dell'isoreddito (la cui pendenza è data proprio dal rapporto dei prezzi internazionali, p^*) rispettivamente sull'asse verticale o sull'asse orizzontale.

Consideriamo il paese 1. Indichiamo con la curva tratteggiata l'isoreddito del paese. Il suo punto di produzione si colloca nel punto P_1 , per il quale si ottiene un reddito nazionale pari a $\overline{OP_1}$ se misurato in termini di Y , ovvero $\overline{OP'_1}$ se in termini di X . Come si può notare dalla figura, per ogni altro punto della curva di trasformazione $\overline{P_1R_1}$ l'isoreddito di pendenza p^* avrebbe individuato intercette sugli assi certamente minori di $\overline{OP_1}$ e di $\overline{OP'_1}$, ovvero un livello di reddito nazionale certamente minore.

Allo stesso modo, per il paese 2 il punto di produzione si colloca nel punto P_2 : per ogni altro punto della $\overline{P_2R_2}$ l'isoreddito di pendenza p^* avrebbe determinato un valore del reddito nazionale minore di $\overline{OP_2}$ e di $\overline{OP'_2}$.

Una misura relativa ai benefici che provengono dall'apertura al commercio internazionale è data proprio dall'intercetta dell'isoreddito relativo alla ragione di scambio internazionale con l'asse delle importazioni e la vecchia intercetta. Per esempio, nel caso del paese 1, la differenza tra $\overline{OP'_1}$ e $\overline{OR_1}$ è indicativa dei benefici provenienti dallo scambio internazionale.

Prima dell'apertura al commercio estero $\overline{OR_1}$ è la massima quantità (producibile e) consumabile del bene X e rappresenta il reddito nazionale in termini del bene X . Dopo l'apertura dell'economia si può ottenere fino a $\overline{OP'_1}$ del bene X , ovvero il reddito nazionale in termini del bene X (bene di importazione) aumenta. La differenza tra quei due segmenti fornisce una misura dei vantaggi del commercio.

Si noti, inoltre, che tanto maggiore è la differenza tra la ragione di scambio internazionale e il costo comparato interno, tanto maggiore è l'aumento del potere di acquisto in termini del bene di importazione e, quindi, il benessere dell'economia.

Come si può notare, l'intuizione del ?? è confermata dalla dimostrazione grafica: le due economie si specializzano completamente nella produzione di uno solamente dei due beni.

Per ottenere il valore delle esportazioni e delle importazioni abbiamo necessità di introdurre anche il punto di consumo, ovvero le preferenze.

Nella **Figura 3** riportiamo solamente la situazione del paese 1. Assumiamo che

3 I SALARI E IL COMMERCIO INTERNAZIONALE

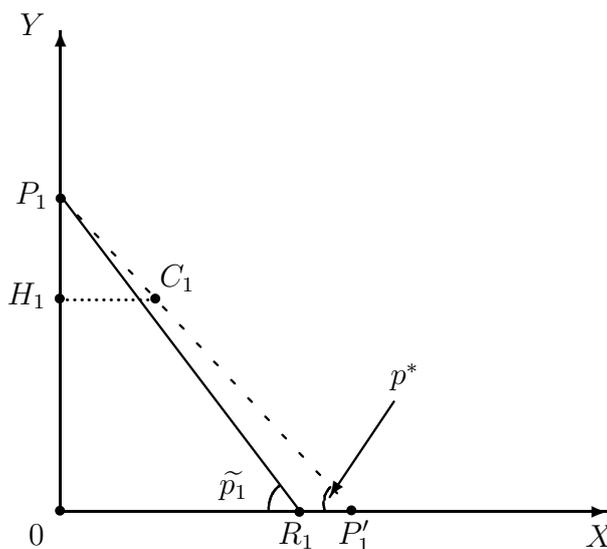


Figura 3: Equilibrio del modello di Ricardo nel paese 1

il punto C_1 sia il punto di consumo dell'economia in base alle preferenze.¹ Sebbene l'economia produca solamente il bene Y nella quantità $\overline{OP_1}$, i consumatori domandano sia Y che X , rispettivamente nella quantità $\overline{OH_1}$ e $\overline{H_1C_1}$. La produzione in eccesso al consumo, pari a $\overline{H_1P_1}$ viene quindi esportata per ottenere in cambio proprio $\overline{H_1C_1}$ secondo la ragione di scambio internazionale.

3 I salari e il commercio internazionale

Per analizzare l'effetto del commercio internazionale sui salari, risulta conveniente utilizzare la rappresentazione grafica della curva di trasformazione *per il singolo lavoratore* (ovvero per la singola unità di lavoro), che abbiamo riportato per ambedue i paesi nella **Figura 4**.

Le curve di trasformazione per i lavoratori dei due paesi sono del tutto identiche a quelle dell'economia nel complesso. L'unica differenza è che sono disegnate per $\overline{L_1} = \overline{L_2} = 1$, assumendo che l'unità di lavoro è proprio il lavoratore. Quindi la pendenza sarà la stessa delle curve di trasformazione già utilizzate nelle sezioni precedenti, ma le intercette corrisponderanno invece alle produttività in ogni singolo settore.

¹Il punto C_1 potrebbe essere introducendo le curve di indifferenza sociali. Se le curve di indifferenza sociali sono convesse verso l'origine, allora il punto C_1 si ottiene dalla tangenza della curva di indifferenza sociale più lontana dall'origine con l'isoreddito $\overline{P_1P'_1}$.

3 I SALARI E IL COMMERCIO INTERNAZIONALE

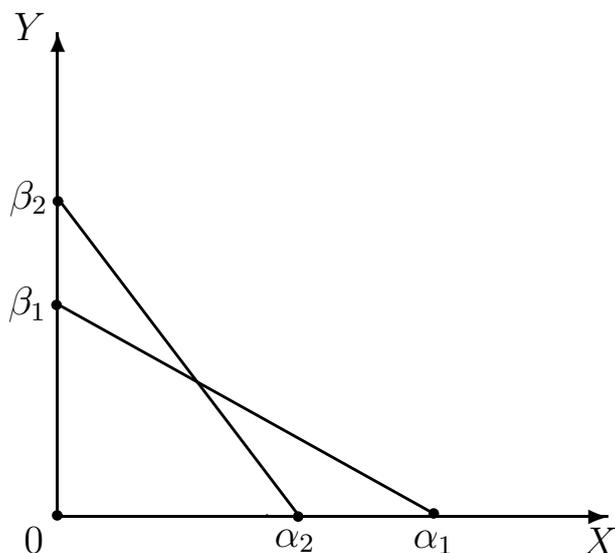


Figura 4: Curva di trasformazione per il singolo lavoratore

Nella **Figura 4** risulta quindi che il paese 1 ha un vantaggio comparato nella produzione del bene X , mentre il paese 2 ha un vantaggio comparato nella produzione del bene Y . Infatti, il prezzo di autarchia del bene X è più basso nel paese 1 che nel paese 2. Inoltre, guardando alle intercette sugli assi notiamo immediatamente che $\alpha_1 > \alpha_2$, ma che $\beta_2 > \beta_1$.

Nella **Figura 5** è illustrata la situazione in cui le produttività nel paese 1 sono maggiori in ambedue i settori: il paese 1 gode di vantaggi assoluti in ambedue i settori. La figura evidenzia anche le più elevate produttività significano potere di acquisto (ovvero salari) più elevati in quanto la curva di trasformazione del lavoratore del paese 1 è più lontana dall'origine di quella del lavoratore del paese 2. Può l'apertura al commercio internazionale ridurre il differenziale salariale tra i due paesi?

Aggiungiamo nella figura gli isoredditi con pendenza pari a p^* e passanti per il punto di produzione di ogni singolo lavoratore delle due economie, ovvero α_1 per il paese 1 e β_2 per il paese 2. Con l'apertura al commercio internazionale un lavoratore nel paese 1 può acquistare $\overline{O\alpha_1}$ di X oppure $\overline{OH_1}$ di Y . Anche nel paese 2 le possibilità di consumo migliorano e si può ottenere $\overline{O\beta_2}$ di Y oppure $\overline{OH_2}$ di X .

Tuttavia, per ambedue i beni il salario continua a essere più elevato nel paese 1 piuttosto che nel paese 2. Infatti, affinché ci sia scambio internazionale il segmento $\overline{\beta_2 H_2}$ deve essere più pendente della curva di trasformazione del paese 1 $\overline{\alpha_1 \beta_1}$: se

4 LA RAGIONE DI SCAMBIO INTERNAZIONALE

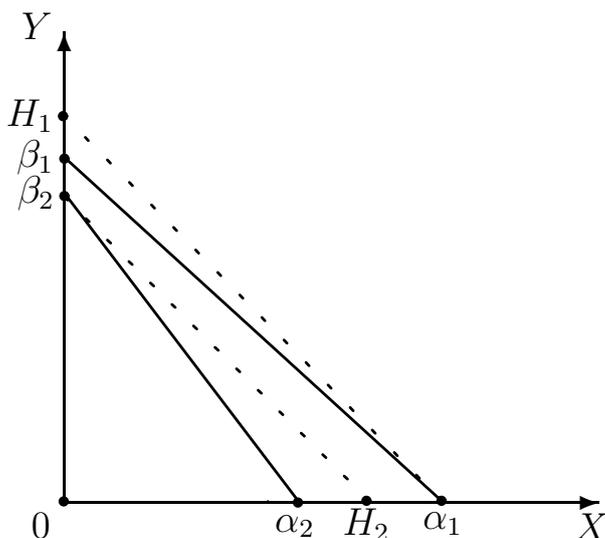


Figura 5: Vantaggi assoluti e salari

così non fosse la ragione di scambio internazionale non sarebbe compresa tra le due ragioni di scambio autarchiche. Allora, essendo $\overline{\beta_2 H_2}$ più pendente di $\overline{\alpha_1 \beta_1}$, anche se $\overline{\alpha_1 \beta_1}$ passasse per β_2 , l'intercetta con l'asse orizzontale $\overline{O\alpha_1}$ risulterebbe comunque maggiore di $\overline{OH_2}$.

Lo scambio internazionale attenua il differenziale salariale in termini del bene di esportazione del paese con vantaggi assoluti, ma aumenta il *gap* nel salario in termini del bene di esportazione del paese con svantaggi assoluti. Comunque permangono salari più elevati nel paese con vantaggi assoluti in ambedue i settori.

4 La ragione di scambio internazionale

Fino a ora non ci siamo occupati di come fosse determinata la ragione di scambio internazionale. Originalmente, Ricardo assumeva che la ragione di scambio internazionale fosse data, ma nella realtà questa può essere un'ipotesi valida solamente se le due economie considerate sono sufficientemente piccole da non poter influenzare il prezzo relativo internazionale.

Facciamo ora l'ipotesi che i due paesi considerati siano paesi grandi, addirittura gli unici due paesi nel mercato mondiale di X e di Y , come nel Paragrafo 4.7. Da quale principale caratteristica dipenderà la ragione di scambio internazionale?

Per determinare la ragione di scambio internazionale abbiamo necessità di ottenere le curve di eccesso di domanda e di offerta per almeno uno dei due beni e

4 LA RAGIONE DI SCAMBIO INTERNAZIONALE

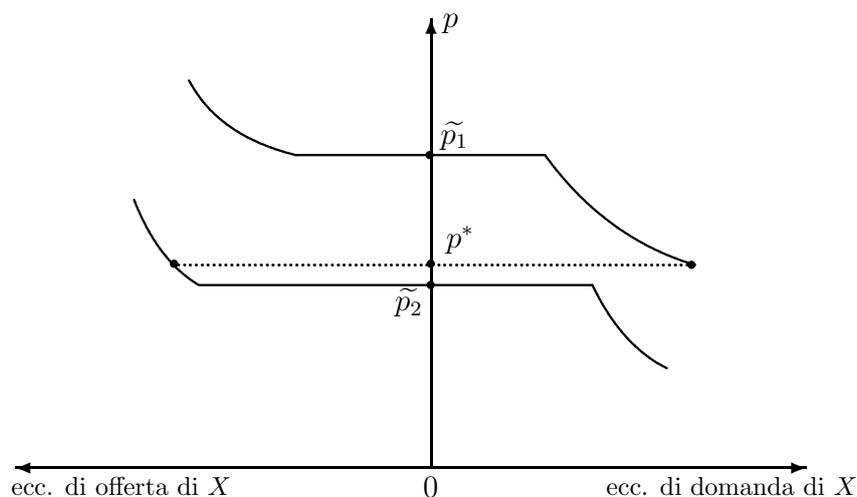


Figura 6: Determinazione della ragione di scambio internazionale nel modello di Ricardo

per ambedue i paesi. La derivazione della curva di eccesso di domanda è spiegata nell'approfondimento [Paragrafo A](#) alla fine. Di seguito riportiamo direttamente le due curve di eccesso di domanda per i due paesi.

In particolare, le curve di eccesso di domanda del bene X (simili a quelle del Paragrafo 6.5.3) sono decrescenti nel prezzo relativo di X , p . Tuttavia, come spiegato nel [Paragrafo A](#), contengono un tratto orizzontale la cui lunghezza è direttamente proporzionale alla dimensione del paese. Paesi con una dotazione fattoriale maggiore (paesi più grandi) hanno un tratto orizzontale più lungo.

Nella [Figura 6](#) sono presenti ambedue le curve di eccesso di domanda-offerta del bene X per ambedue i due paesi.

Le due curve di eccesso di domanda-offerta hanno tratti orizzontali molto diversi e rappresentano quindi il caso di commercio internazionale tra due economie di dimensioni molto differenti.

La figura mette in evidenza che tanto maggiore è la dimensione dell'economia tanto più simile sarà la ragione di scambio internazionale alla sua ragione di scambio interna. Infatti, per valori del prezzo internazionale leggermente più elevati della ragione di scambio interna, il paese grande 2 colloca sul mercato una gran quantità di X . Al contrario, occorre che il prezzo internazionale sia molto più basso della ragione di scambio interna \tilde{p}_1 del paese 1 affinché si attivi una domanda sufficiente sul mercato internazionale in grado di assorbire l'eccesso di offerta proveniente dal paese 2.

Nella [Figura 7](#) viene riproposta la rappresentazione delle curve di trasforma-

4 LA RAGIONE DI SCAMBIO INTERNAZIONALE

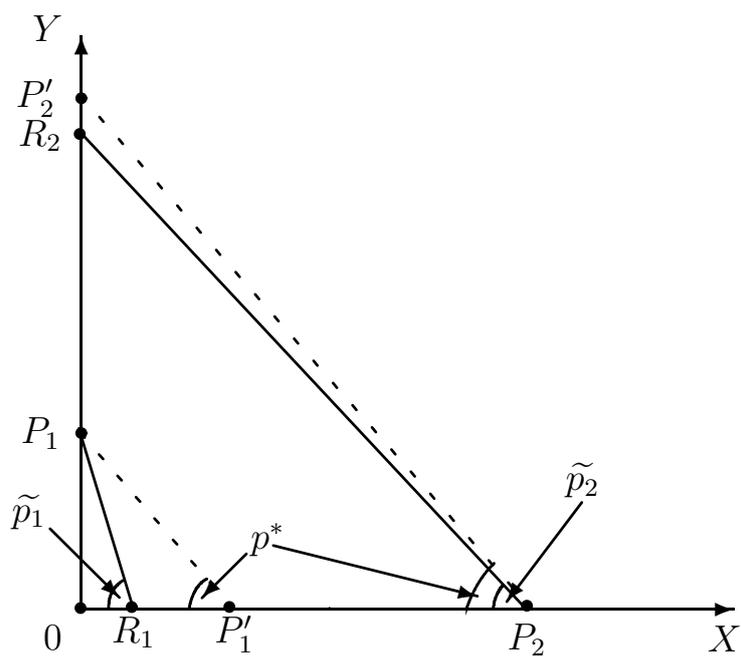


Figura 7: Effetti dell'apertura al commercio internazionale per paesi con dimensioni diverse

A DERIVAZIONE GRAFICA DELLA CURVA DI ECCESSO DI DOMANDA NEL MODELLO DI RICARDO

zione e delle rette di isoreddito nello spazio dei beni. Si nota che in ambedue i paesi il benessere migliora poiché gli isoredditi in economia aperta, $\overline{P_1P'_1}$ e $\overline{P_2P'_2}$, permettono di consumare panieri non raggiungibili in autarchia.

Tuttavia, il fatto che la ragione di scambio internazionale sia più simile alla ragione di scambio interna del paese grande 2, determina un miglioramento del benessere relativamente maggiore per il paese piccolo 1 piuttosto che per il paese grande 2.

In conclusione, la differente dimensione dei paesi ha due implicazioni importanti.

In primo luogo, le economie più grandi sono quelle che beneficiano di meno dallo scambio internazionale poiché la ragione di scambio internazionale è molto simile alla ragione di scambio interna.

In secondo luogo, quando un'economia aumenta la sua dimensione, per esempio nel mercato X , questo comporta che la ragione di scambio internazionale varia e diviene più simile alla ragione di scambio interna. Ciò implica che i vantaggi dello scambio internazionale si riducono per tale economia in espansione.

APPROFONDIMENTO

A Derivazione grafica della curva di eccesso di domanda nel modello di Ricardo

La derivazione delle curve di eccesso di domanda presentata nel Paragrafo 6.5.3. In tal caso, la costruzione dell'eccesso di domanda avviene attraverso le curve di domanda e di offerta di un bene.

La derivazione che si propone qui parte invece dalla curva di trasformazione e dai punti di consumo dell'economia. Come già accennato, Ricardo non introdusse mai le curve di indifferenza sociali. Qui vengono utilizzate per giustificare la determinazione del punto di consumo e per scopi puramente didattici.

Come si vedrà, la presenza di tecnologie lineari nel modello di Ricardo ha un'influenza anche sulla forma della curva di eccesso di domanda, che contiene anch'essa un tratto lineare.

La derivazione grafica è presentata nella **Figura 8**, la quale si divide in due parti. A sinistra riportiamo la curva di trasformazione del paese in considerazione e la sua situazione di produzione e consumo interni quando la ragione di scambio internazionale assume diversi valori (soprattutto rispetto alla ragione di scambio interna di autarchia). Nella parte di destra si riporta invece il prezzo relativo del bene X , $p \equiv \frac{p_X}{p_Y}$, sull'asse verticale e l'eccesso di domanda di X sull'asse orizzontale.

A DERIVAZIONE GRAFICA DELLA CURVA DI ECCESSO DI DOMANDA
NEL MODELLO DI RICARDO

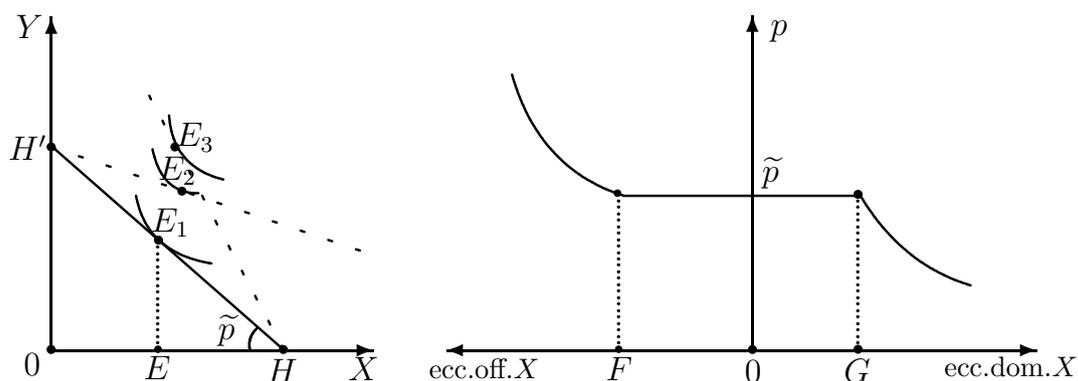


Figura 8: Derivazione della curva di eccesso di domanda nel modello di Ricardo

Quando la ragione di scambio internazionale è maggiore della ragione di scambio interna di autarchia, il paese ha convenienza a specializzarsi nella produzione di X che sarà anche bene di esportazione. Quindi, se $p > \tilde{p}$ la produzione interna di X eccede la domanda, il bene X è di esportazione e si ha un eccesso di offerta che aumenta all'aumentare della differenza tra p e \tilde{p} .

Al contrario, quando $p < \tilde{p}$ l'economia si specializza nel bene Y e il bene X diviene di importazione, ovvero osserviamo un eccesso di domanda positivo che dà luogo alla porzione di curva decrescente nel primo quadrante del grafico di destra.

Infine, quando la ragione di scambio internazionale coincide con il costo comparato \tilde{p} , il paese è indifferente nella scelta di produzione lungo tutta la $\overline{HH'}$. Il consumo avviene nel punto E_1 secondo le preferenze riportate nella porzione di sinistra della [Figura 8](#).

Si hanno allora due casi estremi. Se la produzione si colloca all'estremo H , il paese esporta il bene X nella quantità \overline{EH} e importa Y ; \overline{EH} corrisponde al segmento \overline{OF} nel grafico di destra. Se invece la produzione si colloca in H' , il bene X viene importato nella misura \overline{OE} , riportato nella figura di destra come il segmento \overline{OG} .

Il segmento \overline{FG} nella figura di destra sarà sempre pari a \overline{OH} . Ma la dimensione di un paese, per esempio in termini di numero di lavoratori, determina l'intercetta \overline{OH} . Quindi, la lunghezza del segmento orizzontale \overline{FG} della curva di eccesso di domanda è tanto maggiore quanto maggiore è la dotazione fattoriale di un paese.²

²Invece la posizione orizzontale del segmento \overline{FG} (ovvero quanto il punto F è vicino all'origine O) dipende esclusivamente dalle preferenze.